

Barem de corectare OLM 2025 Clasa a VI-a

P1 – autor – prof. Albu Iustina

$(a,b) \cdot [a,b] = a \cdot b$, arătăm că $(a,b) = 1$	2p
Fie $(a,b) = d$, cel mai mare divizor comun a numerelor a și b , $d \mid 4n+5, d \mid 7n+9 \Rightarrow d \mid 4 \cdot (7n+9) - 7 \cdot (4n+5)$	2p
$d \mid 28n+36-28n-35 \Rightarrow d \mid 1$	2p
$d=1 \Rightarrow [a,b] = a \cdot b$	1p

P2- autor – prof. Albu Iustina

$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} \mid \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{6}$ deci $\frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{5} = k$	2p
$x=4k, y=6k, z=5k \Rightarrow 4 \cdot (4k)^2 + (6k)^2 + 5 \cdot (5k)^2 = 2025 \Rightarrow 4 \cdot 16 \cdot k^2 + 36 \cdot k^2 + 5 \cdot 25 \cdot k^2 = 2025$	2p
$64 \cdot k^2 + 36 \cdot k^2 + 125 \cdot k^2 = 2025 \Rightarrow 225 \cdot k^2 = 2025 \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow k = 3$	2p
$x=12, y=18, z=15$	1p

P3 – autor Traian Preda (GM 10/2024)

a) Desen	1p
$\sphericalangle A_1OA_2 + \sphericalangle A_2OA_3 + \sphericalangle A_3OA_4 + \dots + \sphericalangle A_nOA_1 = 360^\circ$	1p
$\underbrace{1^\circ 20' + 1^\circ 20' + \dots + 1^\circ 20'}_{\text{de } n \text{ ori}} = 360^\circ \Rightarrow 1^\circ 20' \cdot n = 360^\circ \Rightarrow n = \frac{360 \cdot 60'}{80'} = 270$	1p
b) Mediatoarea d a lui OA_i intersectează semidreptele OA_i care îndeplinesc condiția $\sphericalangle A_iOA_i < 90^\circ$ și $\sphericalangle A_iOA_i > 270^\circ$	1p
$\sphericalangle A_iOA_i = (i-1) \cdot 80' < 90^\circ \Rightarrow i-1 < \frac{90^\circ \cdot 60'}{80'} \Rightarrow i-1 < 67,5 \Rightarrow i \leq 68$	1p
$\sphericalangle A_iOA_i = (i-1) \cdot 80' > 270^\circ \Rightarrow i-1 > \frac{270^\circ \cdot 60'}{80'} \Rightarrow i-1 > 202,5 \Rightarrow i \geq 204$	1p
$M = \{1, 2, \dots, 68, 204, 205, \dots, 270\}$	1p

P4 Prof. Hadăr Mihaela și prof. David Viorica

a) Desen	1p
$MB \perp OB \Rightarrow \sphericalangle MBO = 90^\circ$. Construim $NB \parallel OA, N \in \text{Int} \sphericalangle AOB$, OB secantă $\Rightarrow \sphericalangle AOB + \sphericalangle OBN = 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle OBN = 30^\circ \Rightarrow \sphericalangle CBN = 90^\circ - \sphericalangle OBN = 60^\circ$	2p
$NB \parallel OA, CD \parallel OA \Rightarrow CD \parallel BN, MB$ secantă $\Rightarrow \sphericalangle NBC + \sphericalangle BCD = 180^\circ \Rightarrow \sphericalangle BCD = 120^\circ$	1p
b) OM bisectoarea $\sphericalangle AOB = 150^\circ \Rightarrow \sphericalangle AOM = \sphericalangle MOB = 75^\circ$	1p
$CD \parallel OA, OM$ secantă $\Rightarrow \sphericalangle CDO = \sphericalangle DOA = 75^\circ$ (alterne interne) $\Rightarrow \sphericalangle MDC = 180^\circ - \sphericalangle CDO = 105^\circ$	1p
$\{\sphericalangle AOM, \sphericalangle MDC\}$ și $\left\{\frac{1}{25}; \frac{1}{35}\right\}$ sunt invers proporționale $\Leftrightarrow \{75; 105\}$ și $\left\{\frac{1}{25}; \frac{1}{35}\right\}$ sunt invers proporționale $\Leftrightarrow 75 \cdot \frac{1}{25} = 105 \cdot \frac{1}{35}$ Cum $75 \cdot \frac{1}{25} = 105 \cdot \frac{1}{35} = 3 \Rightarrow \sphericalangle AOM$ și $\sphericalangle MDC$ sunt invers proporționale cu $\frac{1}{25}$ și $\frac{1}{35}$	1p